张风雪,吴庆举,李永华,等.FMM射线追踪方法在地震学正演和反演中的应用.地球物理学进展,2010,25(4):1197~1205, DOI:10.3969/j.issn.1004-2903.2010.04.008.

Zhang F X, Wu Q J, Li Y H, *et al.* Application of FMM ray tracing to forward and inverse problems of seismology. *Progress in Geophys.* (in Chinese), 2010, 25(4):1197~1205,DOI:10.3969/j.issn.1004-2903.2010.04.008.

# FMM 射线追踪方法在地震学正演和反演中的应用

张风雪, 吴庆举, 李永华, 张瑞青, 潘佳铁 (中国地震局地球物理研究所,北京100081)

摘 要 FMM(Fast Marching Method)射线追踪方法是一种求解非线性程函方程数值解的射线追踪方法.本文在 FMM射线追踪算法流程的基础上引入一个数据链表,方便求解射线路径,另外还引入一个与解精度有关的方向参数,可以更好的控制解的精度.然后在一些理论模型中对 FMM 方法的正演和反演计算做了若干验证,结果表明, FMM 方法可以较快而且稳定地得到令人满意的结果.

关键词 FMM 射线追踪,程函方程,地震学,LSQR

DOI:10.3969/j.issn.1004-2903.2010.04.008 中图分类号 P315

## Application of FMM ray tracing to forward and inverse problems of seismology

ZHANG Feng-xue, WU Qing-jü, LI Yong-hua, ZHANG Rui-qing, PAN Jia-tie (Institute of Geophysics, China Earthquake Administration, Beijing 100081, China)

**Abstract** Fast Marching Method (FMM) ray tracing is a ray tracing method using the numerical solutions of Eikonal equation. In this paper a new data array structure and a direction parameter are introduced, which are different from the original FMM method. It is convenient to get the ray path from the new data array structure. The resolution accuracy can be well controlled by the direction parameter. At last some test results are shown based on several velocity models. The result shows that we can get the content result from the FMM method, and the FMM method is much faster and more stable.

Keywords FMM ray tracing, Eikonal Equation, seismology, LSQR

## 0 引 言

走时层析成像是一种研究地下速度结构的方法<sup>[1~12]</sup>,一般来说,射线追踪是层析成像算法中是 非常重要的一个环节.射线追踪的方法很多,有基于 几何射线理论的打靶法和弯曲法<sup>[13,14]</sup>,基于图论、 费马原理、惠更斯原理的最短路径算法<sup>[15~20]</sup>,基于 程函方程波前扩散类的数值求解方法<sup>[11,12,21~26]</sup>.打 靶法是已知射线的起始点位置和给定的初始方向, 通过扰动初射方向来计算真实的射线路径,弯曲法 是已知射线的起点和终点位置及连接两点的一条初始射线,通过扰动初始射线来获得真实射线路径.打靶法和弯曲法属于"准确"的射线追踪算法,这种算法计算量非常大,而且不利于编程. Moser et al.<sup>[20]</sup>对最短射线路径算法做了全面的研究,它以一系列的网格节点来描述介质模型,依据惠更斯原理每个节点都可以看作是一个子波源,以连接每个节点和子波源的短线段来逼近射线路径,寻找时间最小的路径作为最终的射线路径. 王辉等<sup>[15]</sup>、赵爱华等<sup>[18,19]</sup>通过合理地选取子波源出射方向和出射路

文献标识码 A

(E-mail: zhangfengxue336@163.com)

**收稿日期** 2009-12-16; 修回日期 2010-04-29.

基金项目 国家自然科学基金重点项目(90814013)和中国地震局地球物理研究所基本科研业务专项(DQJB08B20)联合资助.

作者简介 张风雪,男,1984年生,2006年毕业于中国海洋大学地学院,现为中国地震局地球物理研究所在读博士研究生.

径上的速度,有效地改善了该算法的精度.

FMM(Fast Marching Method)射线追踪方法 是一种数值求解的方法<sup>[11,12]</sup>, Sethian et al.<sup>[27~29]</sup>用 这种方法来求解三维介质中的首波到时,Rawlinson et al. [11,12,30,31] 将该方法应用到层析成像的方法中, 研究澳大利亚的地下结构. Rawlinson et al. 在应用 FMM 射线追踪方法进行射线追踪时,采用时间场 的梯度来求取射线路径,在反演时采用子空间 (Subspace) 迭代算法. 用时间场梯度求射线路径时 对梯度步长的要求较为苛刻,如果梯度步长过大,导 致射线路径误差较大,如果梯度步长过小,计算量相 当庞大;而且此种方法只适用于射线路径曲率变化 较小的情形.子空间迭代算法从提出至今,人们一直 都在研究和改进它,可以说,这是一种还在发展中的 算法.由于算法过程中近似成份较多,在射线密度相 同的情况下,子空间迭代算法与其它算法相比,解的 效果不是很理想.本文讲述了 FMM 方法中射线路 径的求解过程,在算法中引入了一个数据链表用来 记录射线路径,方便了射线路径的求解,另外还引入 了一个与射线精度有关的方向参数(见下文),通过 更改方向参数的大小还可以有效的改善解的精度. 最后在一些理论模型中对 FMM 方法的正演和反演 计算做了若干验证.

### 1 方法概述

地震学中的 FMM 射线追踪方法是由 Level Set<sup>[27,28]</sup>发展起来的,FMM 是一种通过求解非线性 程函方程(Eikonal Equation)的数值解进而获得射 线路径的射线追踪方法;程函方程是以类似波动方

式扩张的物理现象的数学表达,地震波的传播过程 可用如下程函方程式表示<sup>[12]</sup>:

$$|\nabla T| = s, \tag{1}$$

▽ 是梯度算子,T 是地震波的走时,s 是与空间位置 有关的慢度.

在球坐标中,一般用  $(r,\theta,\phi)$  来表示一个点的 坐标,如果将连续介质离散成慢度为常数的小块体 后,不妨假设在  $r,\theta,\phi =$ 个方向分别划分出 l,m,n个网格节点. 那么每个节点所处的位置就可以用 (i,j,k) 来表示,其中 i = 1,2,...,l;j = 1,2,...,m;k = 1,2,...,n.相应的 T(i,j,k) 和 s(i,j,k) 表示节 点 (i,j,k) 处的走时时间和慢度. 那么方程(1)的差 分数值解为:

$$\begin{bmatrix} \max(D_a^{-r}T(i,j,k), -D_b^{+r}T(i,j,k), 0)^2 \\ + \max(D_c^{-\theta}T(i,j,k), -D_d^{+\theta}T(i,j,k), 0)^2 \\ + \max(D_e^{-\phi}T(i,j,k), -D_f^{+\phi}T(i,j,k), 0)^2 \end{bmatrix}^{\frac{1}{2}} = s(i,j,k),$$
(2a)

其中 a,b,c,d,e,f 分别定义了六个差分算子的阶数. 例如:当 a = c = e = 1 时,算子  $D_a^{-r}T(i,j,k)$ ,

$$D_{c}^{-\theta}T(i,j,k), D_{e}^{-\phi}T(i,j,k)$$
的一阶形式为:  

$$D_{1}^{-r}T(i,j,k) = \frac{T(i,j,k) - T(i-1,j,k)}{\delta r},$$

$$D_{1}^{-\theta}T(i,j,k) = \frac{T(i,j,k) - T(i,j-1,k)}{r_{i}\delta\theta},$$

$$D_{1}^{-\phi}T(i,j,k) = \frac{T(i,j,k) - T(i,j,k-1)}{r_{i}\sin\theta_{j}\delta\phi}.$$
(2b)

当 a = c = e = 2 时,算子  $D_a^{-r}T(i,j,k), D_c^{-\theta}T(i,j,k)$  $k), D_e^{-\theta}T(i,j,k)$  的二阶形式为:

$$D_{2}^{-r}T(i,j,k) = \frac{3T(i,j,k) - 4T(i-1,j,k) + T(i-2,j,k)}{2\delta r},$$

$$D_{2}^{-\theta}T(i,j,k) = \frac{3T(i,j,k) - 4T(i,j-1,k) + T(i,j-2,k)}{2r_{i}\delta\theta},$$

$$D_{2}^{-\theta}T(i,j,k) = \frac{3T(i,j,k) - 4T(i,j,k-1) + T(i,j,k-2)}{2r_{i}\sin\theta_{i}\delta\phi},$$
(2c)

 $\partial r, \partial \theta, \partial \phi$  是差分步长,  $r_i \ \pi \ \theta_j$  分别代表节点 (i, j, k) 所在位置的半径和余纬. 由于波总是从激发点向 外扩散传播,所以在进行射线追踪时一般用到公式 (2a)中的向后差分算子  $D_a^{-r}T(i, j, k), D_c^{-\theta}T(i, j, k),$  $D_{\epsilon}^{-\epsilon}T(i, j, k),$  而且二阶差分算子用得较多.

在介绍 FMM 射线追踪方法的流程前,首先明确几个术语,图1 所示的网格区域分为上风(Upwind), 窄带(Narrow band),下风(Downwind)三种区

域<sup>[31]</sup>,深灰色区域为上风区域;浅灰色区域为窄带 区域;空白区域为下风区域.网格节点分为活动点 (Alive points),邻近点(Close points),远离点(Far points)三种节点,网格节点上有实心圈的是活动 点;网格节点上有空心圈的是邻近点;网格节点上没 有标记的是远离点.三种区域与三种节点的关系是: 上风区域中节点全为活动点;窄带区域中节点全为 邻近点;下风区域中节点全为远离点;活动点只位于 上风区域;邻近点只位于窄带区域;远离点只位于下 风区域.



图 1 网格区域和网格节点分布示意图 深灰色区域是上风区域;浅灰色区域是窄带区域;空白区域 是下风区域.节点上有实心圈的是活动点;节点上有空心圈 的是邻近点;节点上无标记的是远离点.

## Fig. 1 Diagram of grid field and grid node distribution

The field filled with dark gray is Upwind field. The field filled with light gray is Narrow band field. The field filled with white is Downwind field. The nodes marked with solid circles are Alive points. The nodes marked with hollow circles are Close points. The nodes without circles are Far points. FMM 射线追踪的过程可用如图 2 所示的二维网格 示意图做一下简要阐述:用坐标对(x,y)表示二维 网格中节点的位置.射线追踪过程简要概括为四步:

(1)在图 2a 中,节点(3,3)处有一个假想的激发 点源,并且从激发时刻开始计时,显然激发波到达节 点(3,3)的时间为 0 秒,然后用向后差分计算节点 (3,3)周围八个节点(2,2)、(2,3)、(2,4)、(3,2)、(3, 4)、(4,2)、(4,3)、(4,4)的激发波到时,并且用一个 数据链表 P 记录这四个节点的次级源节点位置(3, 3).此时网格中有三种类型的节点,节点(3,3)为活 动点,用实心圈示之(下同);节点(2,2)、(2,3)、(2, 4)、(3,2)、(3,4)、(4,2)、(4,3)、(4,4)为邻近点,用 空心圈示之(下同);除此之外,网格中的其余节点为 远离点,三种节点所在的区域与三种类型的区域相 对应,在图 2a 中,上风区域只包含一个节点(3,3); 窄带区域包含八个节点(2,2)、(2,3)、(2,4)、(3,2)、 (3,4)、(4,2)、(4,3)、(4,4);下风区域包含除以上九 个节点之外的其余节点.

(2)在图 2b 中,从邻近点中选取具有最小走时时间值的节点(不妨假设是节点(4,3)),将其标记为



图 2 FMM 射线追踪步骤示意图 Fig. 2 Diagram of some FMM ray tracing steps



图 3 射线出射方向参数

(a)射线出射方向参数 n=1; (b)射线出射方向参数 n=2; (c)射线出射方向参数 n=3;

Fig. 3 Ray direction parameters

(a) ray direction parameter n=1; (b) ray direction parameter n=2;

(c) ray direction parameter n=3.

活动点,然后用向后差分计算节点(4,3)周围非上风 区域的七个节点(3,2)、(3,4)、(4,2)、(4,4)、(5,2)、 (5,3)、(5,4)的走时时间值,将其标记为邻近点,并 用数据链表 P 记录这三个点的次级源节点位置(4, 3). 考虑到激发波是向外扩散传播的,所以此时做向 后差分计算时,只计算(3,2)、(3,4)、(4,2)、(4,4)、 (5,2)、(5,3)、(5,4)七个节点的走时时间值,而不再 计算节点(3,3)的走时时间值.此时可以发现节点 (3,2)、(3,4)、(4,2)、(4,4)比较特殊,因为在步骤 (1)中已经得到这四个节点的走时时间值了,此步骤 中又计算了一个走时时间值,这两个时间值如何取 舍呢?根据费马原理,选取最小的时间值,即对于窄 带区域内节点的走时要做一个对比,新求得的走时 要与已求得的时间值相比较,取较小的值.如果窄带 区域内节点的走时改变了,相应的数据链表 P 所指 的位置也要发生变化.此时与图 2a 相比,可以看到 上风区域在扩大,下风区域在缩小.

(3)在图 2c中,重复步骤(2)的过程,从邻近点 中选取具有最小走时时间值的节点(不妨假设是节 点(3,4))标记为活动点,然后用向后差分计算节点 (3,4)周围非上风区域六个节点(2,3)、(2,4)、(2, 5)、(3,5)、(4,4)、(4,5)的走时时间值,将其标记为 邻近点,并用数据链表 P记录这三个点的次级源节 点位置(3,4).节点(2,3)、(2,4)、(4,4)在此步骤中 也计算了一个走时时间值,新计算的时间和原有的 时间值同样是根据费马原理选取最小的时间值.此 时与图 2b 相比,可以看到上风区域继续在扩大,下 风区域继续在缩小.

(4)循环进行步骤(3),直到网格内所有的节点 全部为活动点时才终止,如图 2d 所示,至此就得到 整个网格中的时间场,在图 2d 中,不妨假设节点(5, 5)附近有一个接收点,用三角形示之,那么这个接收 点所记录到的激发波的走时时间值可用它周围四个 节点的时间值插值求得,射线路径可从数据链表 P 中用向源检索的方法求得<sup>[24]</sup>.

上述步骤所求得的射线路径为折线,与实际的 传播路径差异较大,从而走时时间也有很大的差异. 我们知道在每一个激发点发出的射线数目是无限多 的,然而在离散计算时所用的射线出射方向是有限 的,从而导致了射线传播路径和走时时间上的偏差. 在这里我们引入一个比较抽象的参数:射线出射方 向参数 n,n 为自然数,其具体含义可借助于图 3 进 行说明.在图 3 中活动点仍用实心圈表示,邻近点仍 用空心圈表示,射线的出射方向用带箭头的线表示. 在图 3a 中,方向参数 n=1,射线数目为 8;在图 3b 中,方向参数 n=2,射线数目为 16;在图 3c 中,方向 参数 n=3,射线数目为 32.为了叙述方便,上述步骤 (1)至步骤(4)中采用的方向参数 n=1,当方向参数 n>1时,求解过程与 n=1时类同.方向参数 n 不仅 控制着射线的精确程度,而且也影响计算量.表1列 出了方向参数 n 从  $1\sim20$  变化和射线数目之间的 关系<sup>[19]</sup>.

表 1 方向参数和射线数目的关系 Table 1 Relationship between ray direction parameter and total number ray paths

		• •	
方向参数	射线数目	方向参数	射线数目
1	8	11	336
2	16	12	368
3	32	13	464
4	48	14	512
5	80	15	576
6	96	16	640
7	144	17	768
8	176	18	816
9	224	19	960
10	256	20	1024

从表中可以看出,随着方向参数的增大,射线数 目呈非线性增加,计算量也随着增加.方向参数取得 较大时可以提高解的精度,但会引起很多的排序比 较计算,从而影响到求解效率.为此,在计算过程中, 从窄带区域中搜索有最小走时的节点时采用二叉树 排序算法<sup>[20]</sup>,节省了大量的排序比较计算时间.

本文在求时间场的过程中用一个数据链表 P 来记录射线路径,每个节点所对应次级源节点的位 置都存储在数据链表 P 中,用向源检索的方法可以 求得任意点的射线路径.上述过程是在二维空间下 对 FMM 射线追踪方法做了一个简要说明,按相同 的道理不难推广到三维空间.

2 应用实例

#### 2.1 FMM 射线追踪在正演中的应用

表 2 是 FMM 射线追踪方法的计算时间,求解 过程中方向参数 n=4.表中的计算时间是在 32 位 Fedora 系统中测试的,计算机的主要硬件配置:酷 睿 2 双核 CPU,主频 2.4 GHz,2GB 内存.从表中可 以得出本文的计算时间节省了 45%左右.

Table 2The computational time			
网格划分 -	计算时间(s)		
	未采用数据链表 P	采用数据链表 P	
81×81×41	4.43	2.33	
$71\! imes\!71\! imes\!35$	2.80	1.48	
$61\!\times\!61\!\times\!29$	1.63	0.84	
$51 \times 51 \times 25$	1.02	0.52	
$41\!\times\!41\!\times\!21$	0.56	0.30	
$31 \times 31 \times 31$	0.31	0.17	
$21\!\times\!21\!\times\!21$	0.16	0.09	

表 2 计算时间 Fable 2 The computational time

下面是 FMM 射线追踪方法在一些理论模型中 的算例.首先设定一个长 2000 km,厚 1000 km 的均 质模型,波速为 8.0 km/s.在模型底面的正中央有 一个假想的激发点源,用 FMM 射线追踪方法求得 的传播路径和时间场如图 4a 所示,实线是射线路 径,虚线是时间的等值线,间隔为 10 s. 从图 4a 中可 以看出,射线路径以激发点为中心呈散射状,时间等 值线是以激发点为圆心的一系列圆弧.

从激发点出发的波到达模型表面(Z=0 km 界面)上若干点走时的数值解与精确解的比较如表 3. 从表 3 中可知,均匀介质中 FMM 数值解的走时误 差大多分布在 0.1%以内,少数在 0.1%以上(注:表 3 中"误差百分比(%)"一栏中的数值已乘过 100).

表 3 均匀介质中走时的 FMM 数值解与精确解 Table 3 Contrast between FMM travel time and exact travel time in homogenous media

位置(km)		上海中上的正文(1))	走时	走时(s)	
Х	Z	— 与激友点的距离(km)—	FMM 数值解	精确解	- 误差日分比(%)
0.0000	0.0000	1414.2136	176.7744	176.7767	0.0013
50.0000	0.0000	1379.3114	172.5023	172.4139	0.0513
100.0000	0.0000	1345.3624	168.2314	168.1703	0.0363
150.0000	0.0000	1312.4405	164.0585	164.0551	0.0021
200.0000	0.0000	1280.6248	160.0780	160.0781	0.0001
250.0000	0.0000	1250.0000	156.2500	156.2500	0.0000
300.0000	0.0000	1220.6556	152.5980	152.5819	0.0105
350.0000	0.0000	1192.6860	149.1007	149.0858	0.0100
400.0000	0.0000	1166.1904	145.7736	145.7738	0.0001
450.0000	0.0000	1141.2712	142.7042	142.6589	0.0318
500.0000	0.0000	1118.0340	139.7536	139.7542	0.0005
550.0000	0.0000	1096.5856	137.1232	137.0732	0.0365
600.0000	0.0000	1077.0330	134.6294	134.6291	0.0002
650.0000	0.0000	1059.4810	132.4570	132.4351	0.0165
700.0000	0.0000	1044.0307	130.5296	130.5038	0.0197
750.0000	0.0000	1030.7764	128.8471	128.8471	0.0000
800.0000	0.0000	1019.8039	127.4753	127.4755	0.0001
850.0000	0.0000	1011.1874	126.4054	126.3984	0.0055
900.0000	0.0000	1004.9876	125.7782	125.6234	0.1232
950.0000	0.0000	1001.2492	125.3891	125.1562	0.1861
1000.0000	0.0000	1000.0000	125.0000	125.0000	0.0000

注:表中"误差百分比(%)"一栏中的数值已乘过100.

若在此模型中加入两个速度异常体 V<sub>1</sub> 和 V<sub>2</sub>, 如图 4b.并给异常体赋以若干不同的速度值,保持 激发点源位置不变,相对应的射线路径和时间场图 如表4所示. 从图 4(c-f)的变化可以看出,波前面遇高速体 向外"凸出",遇低速体向内"凹进",高速体"吸收"射 线,低速体"排斥"射线<sup>[16]</sup>,并且这种"吸收"和"排 斥"的作用随着速度异常值的增加更为明显.

表 4 若干速度值与图的对应关系

Table 4 The relation b	etween some	velocities a	and figures
------------------------	-------------	--------------	-------------

速度值(km/s)		的建设和时间材		
V	$\mathbf{V}_1$	$V_2$	- 别线路侄相时间切	
8.00	7.50	8.50	图 4c	
8.00	7.00	9.00	图 4d	
8.00	6.50	9.50	图 4e	
8.00	6.00	10.00	图 4f	

## 2.2 FMM 射线追踪在反演中的应用

在 2.1 节中所用到的模型表面 0 km 到 2000 km 范 围内每隔 50 km 设置一个假想接收点(共 41 个), 在模型底面 200 km 到 1800 km 范围内每隔 50 km 设置一个假想激发点(共 33 个).模型中的两个速度 异常体的速度分别赋以 7.75 km/s 和 8.25 km/s, 在虚拟的观测系统中用带阻尼的 LSQR 算法<sup>[32~34]</sup> 反演此速度结构.选用的参考速度模型是 8.0 km/s 均匀介质.

虚拟观测系统中最多的有效射线数是 33× 41=1353个,然而在反演时并没有使用全部的射线, 而是分了三种情况:(1)使用 50%的有效射线;(2) 使用 70%的有效射线;(3)使用 90%的有效射线,射 线是随机选取的. 三种情况的射线路径和反演结果 如图 5 所示. 情况(1):在图 5b 中可以看出,异常体 的轮廓比较模糊,除异常体之外的其它区域还有零 星的小异常体分布;情况(2):在图 5d 中,异常体的 轮廓分辨更加清晰,零星分布的小异常体明显减少; 情况(3):在图 5f 中,异常体的轮廓与情况(2)中相 比有所改善,但不甚明显. 从情况(1)到情况(3)的变 化中可以看出,随着有效射线路径的增多速度异常



图 4 几种速度模型的比较

(a)均匀介质模型;(b-f)含异常体的模型.速度参数:V=8.0 km/s; (c)V<sub>1</sub>=7.5 km/s, V<sub>2</sub>=8.5 km/s;
(d)V<sub>1</sub>=7.0 km/s,V<sub>2</sub>=9.0 km/s; (e)V<sub>1</sub>=6.5 km/s, V<sub>2</sub>=9.5 km/s; (f)V<sub>1</sub>=6.0 km/s,V<sub>2</sub>=10.0 km/s.
Fig. 4 Comparison between some velocity models

(a) The homogenous model; (b-f) The velocity model with velocity anomaly. Velocity parameter: V=8.0 km/s; (c) $V_1=7.5 \text{ km/s}$ ,  $V_2=8.5 \text{ km/s}$ ; (d) $V_1=7.0 \text{ km/s}$ ,  $V_2=9.0 \text{ km/s}$ ; (e) $V_1=6.5 \text{ km/s}$ ,  $V_2=9.5 \text{ km/s}$ ; (f) $V_1=6.0 \text{ km/s}$ ,  $V_2=10.0 \text{ km/s}$ .







Fig. 6 Checkboard for the AK135 velocity model

(a) AK135 velocity model; (b) The velocity perturbation in the input checkboard;

(c) The velocity perturbation from LSQR algorithm.

体的轮廓越来越清晰.另外从射线路径的分布图上 (图 5a,图 5c,图 5e)还可以得出,低速异常体内的 射线要比高速异常体内的射线稀疏.

以上是 FMM 方法在较为均匀介质中的应用, 然而实际工作中层析成像反演大多选用像 AK135、 IASP91 等分层结构的参考速度模型,下面用 AK135 地球速度模型建立一个新的模型进行检测 板测试.它的主要过程是在初始速度模型 I 基础上 建立一个扰动速度正负相间分布的扰动理论模型 Ⅱ,然后用前文所述的虚拟观测系统合成一个理论 走时残差,做为反演的已知观测量,以初始速度模型 Ⅱ为参考模型,反演得出扰动模型Ⅲ,把模型Ⅲ与模 型Ⅱ相对比,得到能分辨出的最小异常体的尺度.

在此检测过程中的模型 I 是 AK135 地球速度 模型,如图 6a 所示. 输入模型 II 如图 6b 所示,模型 Ⅱ 正负异常的间隔是 50 km,扰动的幅值是±3%. 随机选用 90% 的有效射线进行反演,图 6c 是带阻 尼 LSQR 算法结果. 与图 6b 对比,图 6c 中大部分正 负相间分布的扰动能够较好的被分辨出来,在射线 覆盖的边界处较为模糊.

### 3 结 论

本文在 FMM 射线追踪流程的基础上,引入一 个数据链表,用向源检索的方法求取射线路径,使得 射线路径的求取过程节省了约 45%的计算时间.在 权衡计算量和解精度的前提下,选取方向参数 n=4 进行正演和反演验证,在均匀介质中,射线走时的 FMM 数值解与精确解相比误差在 0.1%左右.在若 干理论模型中的反演计算表明,FMM 方法可以快 速而且稳定地得到令人满意的结果.

#### 参考文献(References):

- Zhao D, Hasegawa A, Horiuchi S. Tomographic Imaging of P and S Wave Velocity Structure Beneath Northeasetern Japan
   [J]. J. Geophys. Res., 1992, 97(B13): 19909~19928.
- [2] Zhao D, Hasegawa A, Kanamori H. Deep structure of Japan subduction zone as derived from local, regional, and teleseismic events[J]. J. Geophys. Res., 1994, 99(B11): 22313~22329.
- [3] 刘福田,李强,吴华,等.用于速度图象重建的层析成象法
  [J].地球物理学报,1989,32(1):46~57.
  Liu F T, Li Q, Wu H, et al. On the tomographic inverse method used in velocity image reconstruction[J]. Chinese J. Geophys. (Acta Geophysia Sinica) (in chinese), 1989, 32 (1):46~57.
- [4] 雷建设,周蕙兰,赵大鹏. 帕米尔及邻区地壳上地幔 P 波三维

速度结构的研究[J]. 地球物理学报,2002,45(6):802~811.

Lei J S, Zhou H L, Zhao D P. 3-D velocity structure of Pwave in the crust and upper-mantle beneath Pamir and adjacent region[J]. Chinese J. Geophys. (in chinese), 2002, 45(6): 802~811.

- [5] 王椿镛, Mooney W D, 王溪莉, 等. 川滇地区地壳上地幔三 维速度结构研究[J]. 地震学报, 2002, 24(1): 1~16.
  Wang C Y, Mooney W D, Wang X L, et al. Study on 3-D velocity structure of crust and upper mantle in Sichuan-Yunnan region[J], China. Acta Seismologica Sinica, 2002, 24(1): 1~16.
- [6] 丁志峰,何正勤,孙为国,等. 青藏高原东部及其边缘地区的 地壳上地幔三维速度结构[J]. 地球物理学报,1999,42(2): 197~205.
  Ding Z F, He Z Q, Sui W G, *et al.* 3-D crust and upper mantle velocity structure in eastern Tibetan plateau and its surrounding areas[J]. Chinese J. Geophys. (in chinese), 1999,42(2): 197~205.
- [7] 胥颐,刘建华,郝天珧,等.中国东部海域及邻区岩石层地幔的P波速度结构与构造分析[J].地球物理学报,2006,49
  (4):1053~1061.
  Xu Y, Liu J H, Hao T Y, *et al*. P wave velocity structure and tectonics analysis of lithospheric mantle in eastern China seas and adjacent regions[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2006, 49(4): 1053~1061.
- [8] 徐佩芬,刘福田,王清晨,等.大別一苏鲁碰撞造山带的地震 层析成像研究——岩石圈三维速度结构[J].地球物理学报, 2000,43(3):377~386.
  Xu P F, Liu F T, Wang Q C, *et al.* Seismic tomography beneath the Dabie—Sulu collision orogen——3-D velocity structures of lithosphere [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2000,43(3):377~386.
- [9] 成谷,马在田,张宝金,等. 地震层析成像中存在的主要问题 及应对策略[J]. 地球物理学进展. 2003, 18(3): 512~518. Cheng G, Ma Z T, Zhang B J, et al. Primary problems and according strategies in seismic tomography[J]. Progress in Geophysics, 2003, 18(3): 512~518.
- [10] Huang J L, Zhao D P. High-resolution mantle tomography of China and surrounding regions [J]. J. Geophys. Res., 2006, 111(B09305).
- [11] Rawlinson N, Kennett B L N, Heintz M. Insights into the structure of the upper mantle beneath the Murray Basin from 3D teleseismic tomography[J]. Australian Journal of Earth Sciences, 2006, 53: 595~604.
- [12] Rawlinson N, Reading A M, Kennett B L N. Lithospheric structure of Tasmania from a novel form of teleseismic tomography[J]. J. Geophys. Res. 2006, 111(B02301).
- [13] Julian B R, Gubbins D. Three-dimensional seismic ray tracing[J]. J. Geophys. , 1977, 43(1): 95~113.
- [14] Thurber C H, Ellsworth W L. Rapid solution of ray tracing problems in heterogeneous media[J]. Bull. Seis. Soc. Am.,

1980, 70(4): 1137~1148.

[15] 王辉,常旭.基于图形结构的三维射线追踪方法[J].地球物 理学报,2000,43(4):534~541.

Wang H, Chang X. 3-D ray tracing method based on graphic structure[J]. Chinese J. Geophys. (in chinese), 2000, 43 (4): 534~541.

- [16] 张建中,陈世军,徐初伟.动态网格最短路径射线追踪[J]. 地球物理学报,2004,47(5):899~904.
  Zhang J Z, Chen S J, Xu C W. A method of shortest path ray tracing with dynamic networks[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2004,47(5):899~904.
- [17] 张美根,程冰洁,李小凡,等.一种最短路径射线追踪的快速算法[J].地球物理学报.2006,49(5):1467~1474.
  Zhang M G, Cheng B J, Li X F, *et al*. A fast algorithm of shortest path ray tracing [J]. Chinese J. Geophys. (in chinese), 2006,49(5):1467~1474.
- [18] 赵爱华,张中杰,王光杰,等.非均匀介质中地震波走时与 射线路径快速计算技术[J].地震学报,2000,22(2):151~ 157.

Zhao A H, Zhang Z J, Wang G J, *et al.* A new scheme for fast calculation of seismic traveltimes and ray paths in heterogeneous media[J]. Acta Seismol. Sin. (in chinese), 2000, 22(2): 151~157.

- [19] Zhao A H, Zhang Z J, Teng J W. Minimum travel time tree algorithm for seismic ray tracing: improvement in efficiency
   [J]. J. Geophys. Eng. 2004(1): 245~251.
- [20] Moser T J. Shortest path calculation of seimic rays [J]. Geophysics, 1991, 56(1): 59~67.
- [21] Vidale J. Finite-difference calculation of travel times [J].
   Bull. Seis. Soc. Am. ,1988, 78(6): 2062~2076.
- [22] 朱金明,王丽燕. 地震波走时的有限差分算法[J]. 地球物理 学报,1992,35(1):86~92.
  Zhou J M, Wang L Y. Finite difference calculation of seismic travel times [J]. Chinese J. Geophys. (Acta Geophysia Sinica) (in chinese), 1992, 35(1):86~92.
- [23] 赵改善,郝守玲,杨尔皓,等.基于旅行时线性插值的地震 射线追踪算法[J].石油物探,1998,37(2):14~24.
  Zhao G S, Hao S L, Yang E H, *et al.* Seismic ray tracing algorithm based on the linear traveltime interpolation[J].
  GPP, 1998, 37(2):14~24.
- [24] 刘洪,孟凡林,李幼铭. 计算最小走时和射线路径的界面网 全局方法[J]. 地球物理学报, 1995, 38(6): 823~832.
   Liu H, Meng F L, Li Y M. The interface grid method for

seeking global minimum travel-time and the correspondent ray path[J]. Chinese J. Geophys. (Acta Geophysia Sinica) (in chinese), 1995, 38(6): 823~832.

[25] 鲁彬,周立发,孔省吾,等.迭代优化的网络最短路径射线 追踪方法研究[J].地球物理学进展,2009,24(4):1420~ 1425.

Lu B, Zhou L F, Kong S W, *et al*. A method of shortest path raytracing by iterative optimization [J]. Progress in Geophys, (in chinese), 2009, 24(4): 1420~1425.

- [26] 张东,谢宝莲,杨艳,等.一种改进的线性走时插值射线追踪算法[J].地球物理学报,2009,52(1):200~205.
  Zhang D, Xie B L, Yang Y, et al. A ray tracing method based on improved linear traveltime interpolation[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2009, 52(1): 200~205.
- [27] Sethian J A. A fast marching level set method for monotonically advancing fronts[J]. Proc. Natl. Acad. Sci. , 1996, 93: 1591~1595.
- [28] Sethian J A, Popovici A M. 3-D traveltime computation using the fast marching method [J]. Geophysics, 1999, 64(2): 516~523.
- [29] Popovici A M, Sethian J A. 3-D imaging using higher order fast marching traveltimes [J]. Geophysics, 2002, 67 (2): 604~609.
- [30] Rawlinson N, Kennett B L N. Teleseismic tomography of the upper mantle beneath the southern Lachlan Orogen, Australia[J]. Phys. Earth Planet. Inter., 2008, 167: 84~ 97.
- [31] Rawlinson N, Sambridge M. Seismic traveltime tomography of the crust and lithosphere [J]. Advances in Geophysics, 2003, 46: 81~197.
- [32] Paige C C, Saunders M A. LSQR: An algorithm for Sparse Linear Equations and Sparse Least Squares[J]. ACM Trans. Math. Softw. ,1982, 8(1): 43~71.
- [33] Paige C C, Saunders M A. LSQR: Sparse Linear Equations and Least Squares Problems[J]. ACM Trans. Math. Softw. ,1982, 8(2): 195~209.
- [34] 成谷,张宝金.反射地震走时层析成像中的大型稀疏矩阵压 缩存储和求解[J].地球物理学进展,2008,23(3):674~ 680.

Cheng G, Zhang B J. Compression storage and solution of large sparse matrix in traveltime tomography of reflection seismic data [J]. Progress in Geophysics, 2008, 23(3):  $674 \sim 680$